1) a) $\frac{z_2}{z_1}=\frac{(1+i)e^{i\alpha}}{(1-i)e^{i\alpha}}=\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{2i}{2}=i$

b) $\frac{aff(\overrightarrow{OB})}{aff(\overrightarrow{OA})}=\frac{z_2}{z_1}=i$ est imaginaire d'où $\overline{OA}\perp\overline{OB}$ (1)

$\left|\frac{z_B}{z_A}\right|=|i|\Leftrightarrow\frac{|z_B|}{|z_A|}=1\Leftrightarrow|z_B|=|z_A|\Leftrightarrow OA=OB$ (2)

(1)+(2) $\Rightarrow$ OAB est rectangle et isocèle en O.

2)

a) $\left(\vec{u},\overrightarrow{AB}\right)\equiv Arg(z_2-z_1)(2\pi)\equiv Arg(2ie^{i\alpha})(2\pi)\equiv Arg(2i)+Arg(e^{i\alpha})(2\pi)\equiv\frac{\pi}{2}+\alpha(2\pi)$

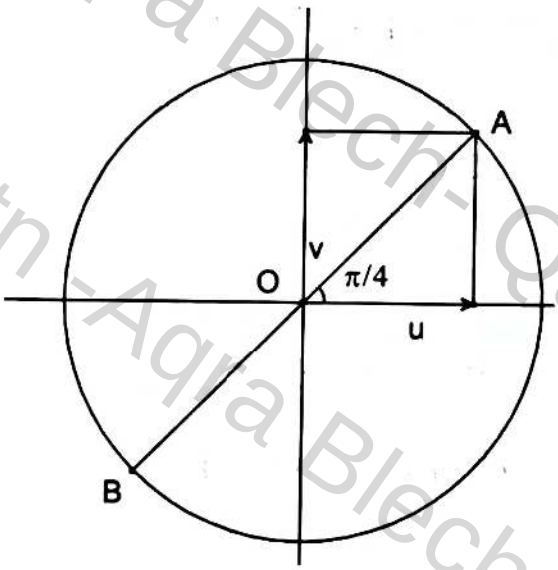
b) Soit $\Delta: y=x$

$(AB)//\Delta\Leftrightarrow\left(\vec{u},\overrightarrow{AB}\right)\equiv\frac{\pi}{4}(\pi)\Leftrightarrow\alpha+\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{4}+k\pi\ ;k\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow\alpha=-\frac{\pi}{4}+k\pi\in\mathbb{Z}$

Comme $\alpha\in[0,\pi]$ d'où $\alpha=\frac{3\pi}{4}$

Conclusion : $(AB)//\Delta$ si seulement si $\alpha=\frac{3\pi}{4}$

c) Pour $\alpha=\frac{3\pi}{4}$ $z_A=(1-i)e^{3i\frac{\pi}{4}}=\sqrt{2}e^{i\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{2}\right)}=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ et $z_B=\sqrt{2}e^{i\left(\frac{3\pi}{4}+\frac{\pi}{2}\right)}=\sqrt{2}e^{5i\frac{\pi}{4}}$



Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn